طراحی اجزاء ۱
مرور بر مقاومت مصالح
بخش دوم- تمرکز تنش

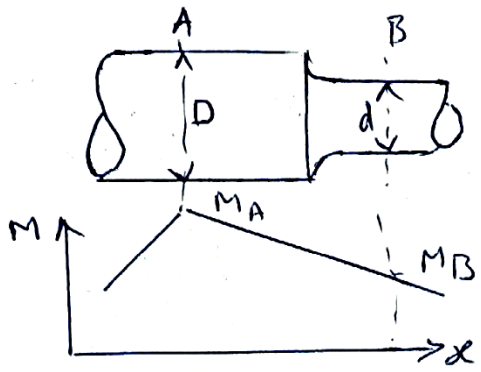
محسن اصفهانیان
دانشکده مهندسی مکانیک
دانشگاه صنعتی اصفهان
زمستان ۱۳۹۸

تمرکز تنش — Stress Consentration

روش تعیین مقطع بحرانی که قبلاً گفته شد، "بدین صورت که هر مقطعی که دارای بار بیشینه است مقطع بحرانی است"، فقط برای مواقعی صادق است که مقطع مقطع ثابت و یکسان باشد. ولی در بسیاری از کاربردها مقطع قطعه تغییر می‌یابد. این تغییرات عمدتاً به واسطه ملاحظات هندسی و مونتاژ است. به چند مثال توجه کنید:

* برای هندسی یا تماس بر روی شافت، پله زدن شافت لازم است.
* برای هندسی باریکی نیاز به سوراخ است و همین طور برای پیچ و مهره.
* برای هندسی خارهای فنری سیگار (یا فاق) بر روی شافت لازم است.
* برای هندسی با خار یا هزارخار، جای خار باید تراشیده شود.

تمام این نوع موارد تغییرات در مقطع قطعه ایجاد می‌کند که از آن‌ها به اسم بالابرنده های تنش نام می‌بریم (Stress Raise). به مثال زیر توجه کنید



در مقطع A

$$\sigma_A = \frac{Mc}{I} = \frac{32M_A}{\pi D^3}$$

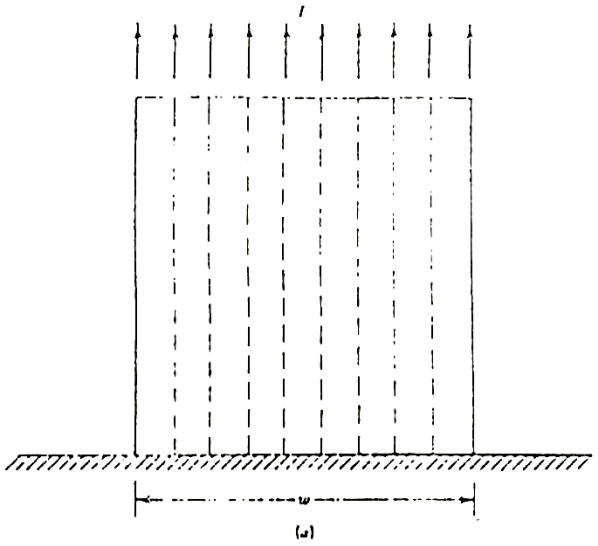
$$\sigma_B = \frac{Mc}{I} = \frac{32M_B}{\pi d^3}$$

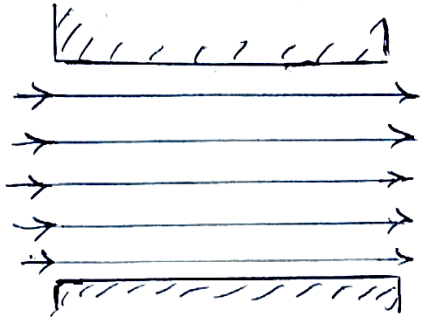
$M_B < M_A$ ولی $d < D \Leftarrow d^3 \ll D^3$

$\Leftarrow$ تنش در مقطع B بیشتر است با اینکه بار در این مقطع کمتر است.

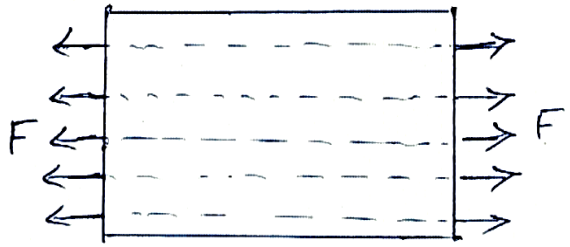
بنابراین با کاهش سطح مقطع در بالابرنده های تنش، مقدار تنش افزایش می‌یابد.

امّا، این تمام داستان نیست. تنش را با شدت جریان بارهای داخلی در مقطع قطعه تعریف کردیم. اگر مدل جریان را با جریان یک سیال در یک کانال مقایسه کنیم.





$$\text{دبی} = Q = \int u\,dA$$

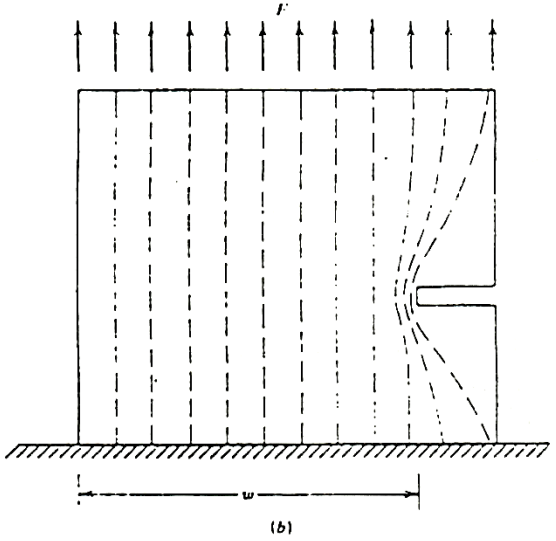


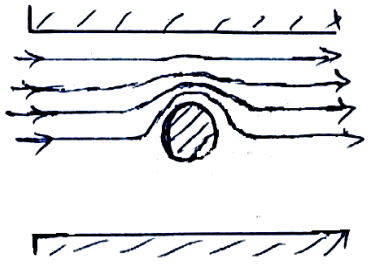
$$F = \int \sigma\,dA$$

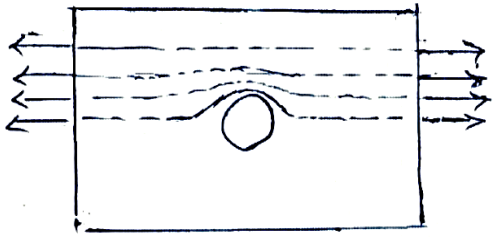
حال اگر داخل کانال سیال یک استوانه جریان مانند یک میله وجود داشته باشد،

خطوط جریان حول آن میله تغییر مسیر داده و متمرکز می‌شوند. همین پدیده برای صفحه

با سوراخ رخ می‌دهد، زیرا تنش فقط در مقطع جریان دارد و در فضای آزاد جریان نمی‌یابد



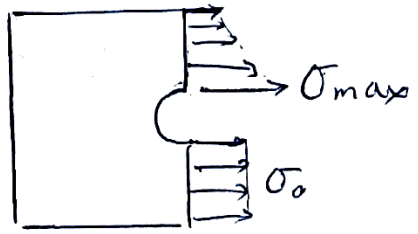




بنابراین بالابرنده‌های تنش به دو صورت افزایش تنش در مقطع را ایجاد می‌کنند

۱- کاهش سطح مقطع

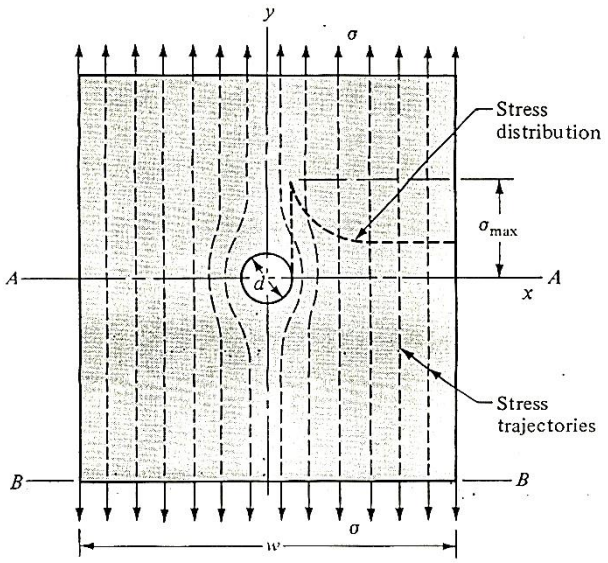
۲- تمرکز تنش



تمرکز تنش را با ضریب آن بیان می‌کنیم

$$\text{ضریب تمرکز تنش استاتیکی} = K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0}$$

σ_0 = تنش اسمی (نامی) Nominal Stress = تنش یکنواخت روی سطح مقطع کاهش یافته



ضریب تمرکز تنش از سه روش محاسبه و تعیین می‌شود:

۱- از طریق حل‌های تحلیلی موجود در الاستیسیته

۲- از طریق حل عددی با نرم افزارهای تحلیل تنش

۳- آزمایش با مواد فتوالاستیک

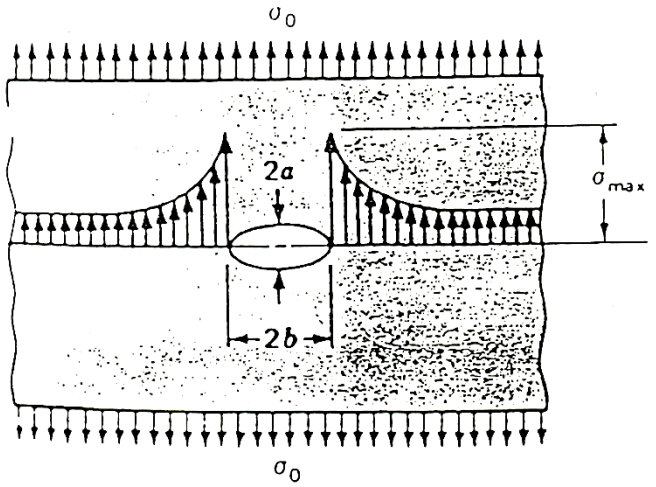
در پیوست کتاب نمودارهای تمرکز تنش استاتیکی برای هندسه‌ها و بارگذاری‌های مختلف آورده شده است که در حل مسائل می‌توان از آنها استفاده نمود. برای تنش‌های برشی نیز ضریب تمرکز تنش استفاده می‌شود:

$$K_{ts} = \frac{\tau_{max}}{\tau_0}$$

برای جمع‌بندی می‌توان گفت که بالابرنده‌های تنش به دو طریق افزایش تنش را باعث می‌شوند: ۱- کاهش سطح مقطع ، ۲- تمرکز تنش

تغییرات هندسی قطعه در راستای جریان تنش بر روی مقدار تمرکز تنش اثر می‌گذارد.

از حل الاستیسیته برای یک صفحه بزرگ با سوراخ بیضی شکل داریم که:



$$\sigma_{max} = \sigma_0\left(1 + \frac{2b}{a}\right)$$

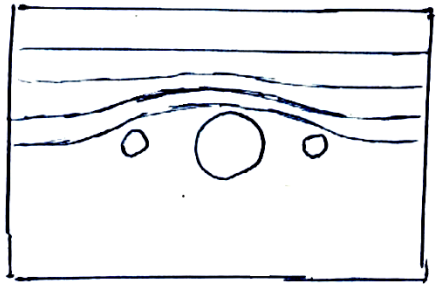
برای سوراخ دایره‌ای $a = b$ $\Leftarrow$ $K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} = 3$

برای سوراخ بیضی با $b = 2a$

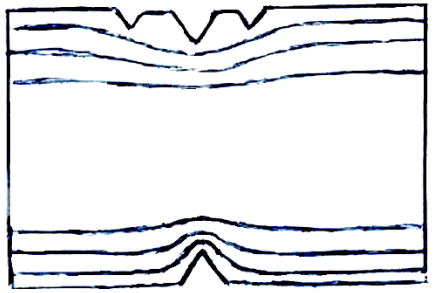
$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} = 2$$

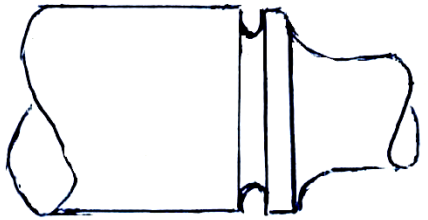
لذا، هرچه تغییرات هندسی سطح در راستای جریان تنش تدریجی تر باشد، خطوط جریان تنش فرصت جابجایی و یکنواخت شدن را دارد و تمرکز تنش کاهش می یابد. این ایده برای طراحی به ما می دهد. اگر زائده هایی در قطعه ایجاد شود که تغییرات خطوط جریان تنش را تدریجی تر کند، می تواند موجب کاهش تمرکز تنش در قطعه شود.

به عنوان مثال در صفحه با یک سوراخ، می توان دو سوراخ کوچکتر در دو طرف سوراخ اصلی ایجاد کرد. در این حالت هنوز کمترین سطح مقطع قطعه در محل سوراخ اصلی است.

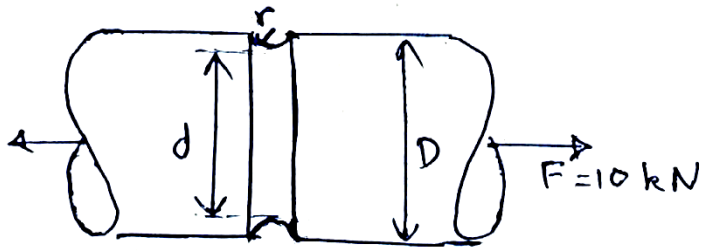


مثال های دیگر:





حل یک مثال: قسمتی از یک شافت که دارای یک فاق با شعاع 5 mm است وقت بار کششی قرار دارد نشان داده شده است. اگر حد تسلیم 120 MPa باشد، آیا تسلیم رخ خواهد داد؟



D = 5 cm

الف) اگر فاق نبود

$$\sigma^* = \frac{4F}{\pi D^2} = \frac{4(10{,}000)}{\pi(0.5)^2} = 50.93 \text{ MPa}$$

ب) با فاق

$$d = D - 2r = 0.5 - 2(0.005) = 0.4 \text{ m}$$

افزایش تنش بواسطه کاهش سطح مقطع

$$\sigma_0 = \frac{F}{A_0} = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4(10{,}000)}{\pi(0.4)^2} = 79.8 \text{ MPa}$$

از شکل پیوست ۲۲ کتاب $\frac{D}{d} = \frac{0.5}{0.4} = 1.25$ ، $\frac{r}{d} = \frac{0.005}{0.4} = 0.125 \Leftarrow K_t = 1.85$

$$\sigma_{max} = 1.85\,\sigma_0 = 142.2 \text{ MPa} > S_y = 120 \text{ MPa}$$

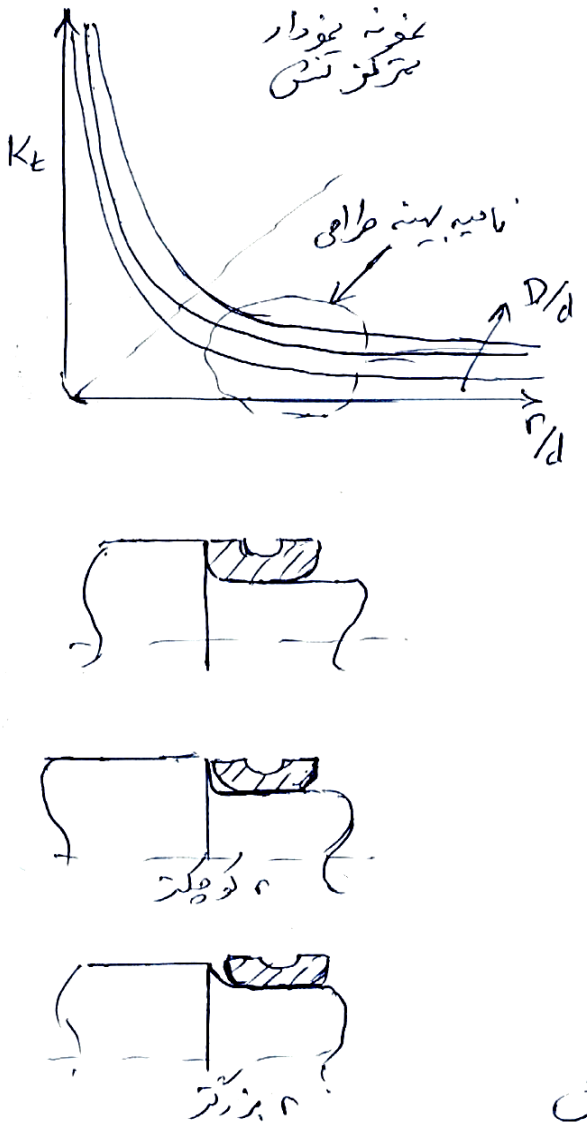
توجه داشته باشید که وجود فاق تنش را سه برابر می کند و این مسئله باعث می شود که در هر جا که بالابرنده های تنش موجودند و تمرکز تنش هست بالقوه یک مقطع بحرانی باشد.

نکات و ملاحظاتی در رابطه با تمرکز تنش

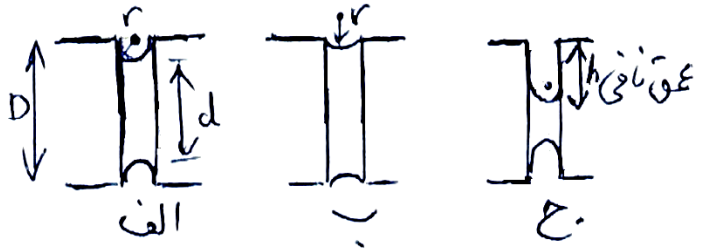
۱) ناحیه بهینه طراحی:

اگر به نمودارهای تمرکز تنش توجه کنیم، مشاهده می‌کنیم که برای نسبت‌های $\frac{r}{d}$ کوچکتر، ضریب تمرکز تنش به شدت افزایش می‌یابد و به طرف بینهایت می‌رود. برای $\frac{r}{d}$ های بزرگتر، منحنی‌ها به طرف افقی شده و پیش می‌رود. حال به ملاحظات ذیل توجه کنید. اگر بخواهیم یک بلبرینگ در کنار یک پله نصب کنیم، شعاع زیر پله با شعاع رینگ داخلی بلبرینگ باید یکی باشد. مقادیر کمتر باعث تمرکز تنش بیشتر و مقادیر بزرگتر موجب مشکلات نصب می‌شود.

نسبت $\frac{r}{d}$ را باید طوری انتخاب کنیم که نصب دقیق باشد و تمرکز تنش زیاد نشود. بنابراین ناحیه زیر محل زانو زدن منحنی‌ها، ناحیه مطلوب از نظر طراحی است که منجر به نصب دقیق و تمرکز تنش نه چندان زیاد می‌شود.

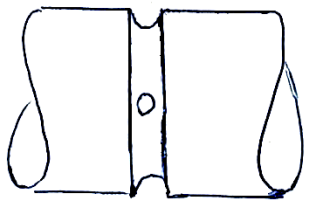


۲) تفاوت شعاع فاق و عمق نافی:



عمق نافی عمق فاق از سطح شافت را مشخص می‌کند. فاق می‌تواند سه حالت داشته باشد، همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، عمق فاق می‌تواند یم دایره کامل با شعاع r باشد (الف) و یا قسمتی از دایره باشد که مرکز آن بیرون از فاق است (ب). حالت سوم (ج) فاق با شیار عمق نافی را دارد و در انتهای آن شعاع r است. برای نمودارهای تمرکز تنش r مهم است. ولی برای بدست آوردن d کوچک عمق نافی استفاده می‌شود. برای حالت کلی همه فاق‌ها $d=D-2h$ است. برای حالت (الف) $h=r$، برای حالت (ب) $h<r$ و برای حالت (ج) $h>r$ می‌باشد. اگر در مسئله‌ای صحبت از عمق نافی نشده بود، حالت (الف) را فرض می‌کنیم.

۳) هنگامی که دو یا بالابرنده تنش در یک المان قطعه وجود داشته باشند، ضریب تمرکز تنش استاتیکی از ضرایب ضرایب تنش هر کدام از بالابرنده های تنش به دست می آید

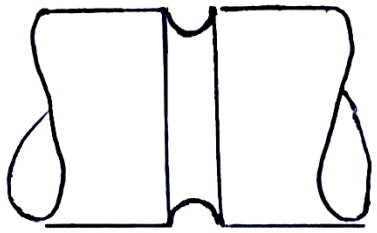


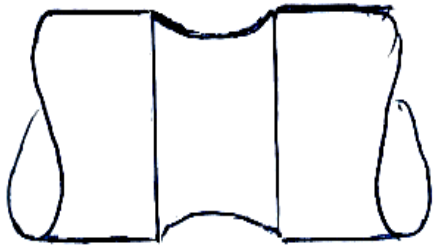
$K_t = K_1 \cdot K_2$

K_1 = ضریب تمرکز تنش خارج

K_2 = ضریب تمرکز تنش سوراخ

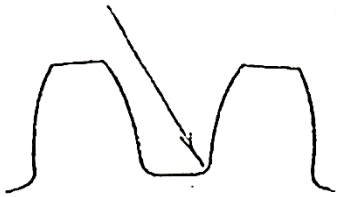
۴) تمرکز تنش در مواد نرم و ترد



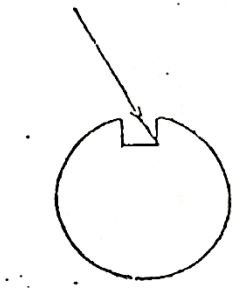


مواد می توانند نرم یا ترد باشند و بارها می توانند استاتیکی (ثابت در زمان) و یا دینامیکی (متغیر با زمان) باشند. در بارگذاری های دینامیکی، همانطور که بعداً گفته خواهد شد، ضریب تمرکز تنش دینامیکی برای همه مواد اعم از ترد یا نرم استفاده می شود. در حالت بارگذاری استاتیکی، در متون مهندسی اشاره شده است که می توان برای مواد نرم ضریب تمرکز تنش استاتیکی را در نظر نگرفت و به جای آن با بزرگتر گرفتن ضریب ایمنی جبران کرد. دلیل آن اینست که مواد نرم تغییر شکل الاستیک زیادی قبل از شکست دارند و با ازدیاد طول عملاً سطح خارق و ویله ... افزایش می یابد و در نتیجه تمرکز تنش کم می شود.

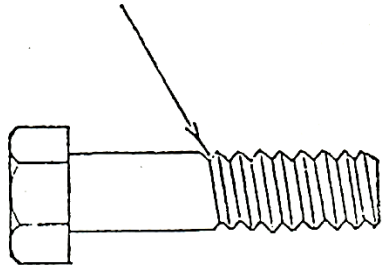
نمونه‌هایی از بالابرنده‌های تنش



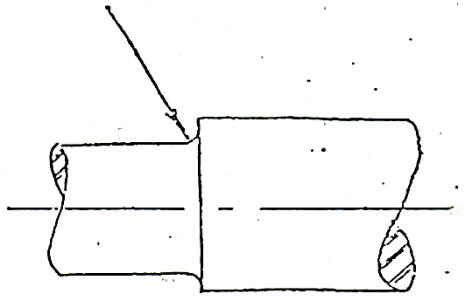
(a) Gear teeth



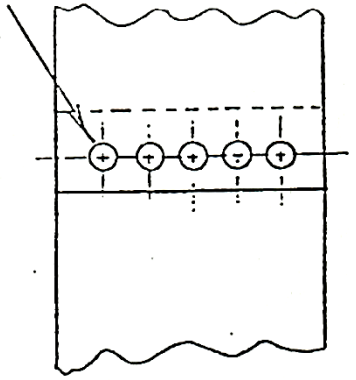
(b) Shaft keyway



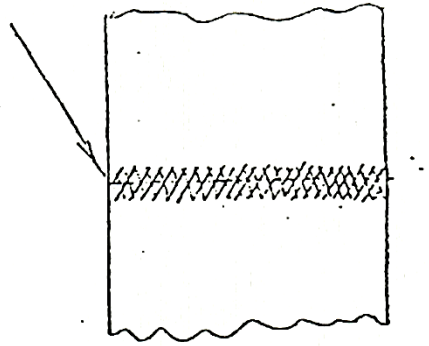
(c) Bolt threads



(d) Shaft shoulder



(e) Rivited or bolted joint



(f) Welded joint